## PROBABILITES

**Exercice 1** Un sac contient 10 boules blanches et 5 boules noires. On tire une boule au hasard.

La probabilité de tirer une boule noire est égale à : $\frac{1}{3}$ , $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{5}$ ?

Il y a 5 boules noires parmi 15 boules, la probabilité de tirer une boule noire est de $\frac{5}{15} = \frac{5\times 1}{5\times 3} = \frac{1}{3}$.

**Exercice 2** Pour un tirage au hasard, on a placé dans une urne 25 boules de même taille, les unes blanches, les autres noires. La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32.

Quelles sont les boules les plus nombreuses dans l'urne : les blanches ou les noires ? Expliquer.

0,32 < 0,5 donc il y a moins de la moitié de boules blanches. Comme les boules sont soit blanche, soit noires, il y a plus de boules noires.

**Exercice 3** Trois personnes, Aline, Bertrand et Claude ont chacune un sac contenant des billes.
Chacune tire au hasard une bille dans son sac.

1. Le contenu des sacs est le suivant :

| Sac d'Aline | Sac de Bertrand | Sac de Claude |
|---|---|---|
| 5 billes rouges | 10 billes rouges<br>et<br>30 billes noires | 100 billes rouges<br>et<br>3 billes noires |

Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge ?

Le sac d'Aline ne contient que des billes rouges, donc elle est sûre de tirer une bille rouge.
C'est Aline qui a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge.

2. On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bertrand de tirer une bille rouge.
Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline ?

Aline a deux fois moins de billes rouges que Bertrand.
Il faut donc qu'elle ait aussi deux fois moins de billes noires, c'est-à-dire 15 billes noires.

**Exercice 4** Un sac contient 10 boules rouges, 6 boules noires et 4 boules jaunes.
Chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée. On tire une boule au hasard.

1. Calculer la probabilité pour que cette boule soit rouge.

Il y a 20 (10 + 6 + 4 = 20) boules dans le sac. La probabilité pour que la boule soit rouge est de $\frac{10}{20}$.

2. Calculer la probabilité pour que cette boule soit noire ou jaune.

Il y a 10 boules noires ou jaunes, donc la probabilité pour que la boule soit noire ou jaune est de $\frac{10}{20}$.

3. Calculer la somme des deux probabilités trouvées aux deux questions précédentes. Le résultat était-il prévisible ? Justifier.

$\frac{10}{20} + \frac{10}{20} = \frac{20}{20} = 1$. « La boule est rouge » et « La boule est noire ou jaune » sont deux évènements contraires, donc la somme de leur probabilité vaut 1. Le résultat était donc prévisible.

4. On ajoute dans ce sac des boules bleues.
Le sac contient alors 10 boules rouges, 6 boules noires, 4 boules jaunes et les boules bleues. On tire une boule au hasard.
Sachant que la probabilité de tirer une boule bleue est égale à $\frac{1}{5}$, calculer le nombre de boules bleues.

B : « Tirer une boule bleue ». $p(B) = \frac{1}{5}$ donc $p(\overline{B}) = \frac{4}{5}$.

$\overline{B}$ : « Tirer une boule rouge, noire ou jaune », donc $p(\overline{B}) = \frac{20}{\textit{nombre total de boules}}$

Or $\frac{4}{5} = \frac{4\times 5}{5\times 5} = \frac{20}{25}$ donc le nombre total de boules est 25, soit 5 de plus qu'avant. On doit donc ajouter 5 boules bleues.

**Exercice 5** Sur le manège «Caroussel», il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache.
Sur chaque animal, il y a une place. Vaite s'assoit au hasard sur le manège.

1. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ? Exprimer le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

Il y a 10 places sur le manège. $p(\text{cheval}) = \frac{4}{10} = \frac{2\times 2}{2\times 5} = \frac{2}{5}$.

2. On considère les évènements suivants : ***A*** : «Vaite monte sur un âne.»

***C*** : «Vaite monte sur un coq.» ***L*** : «Vaite monte sur un lion.»

a) Définir par une phrase l'évènement ***non L*** puis calculer sa probabilité.

*non L* : « Vaite monte sur un autre animal qu'un lion ». p(*non L*) = 1 – p(*L*) = $1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$.

b) Quelle est la probabilité de l'évènement ***A ou C*** ?

Les évènements A et C sont incompatibles, donc p(*A ou C*) = p(*A*) + p(*C*) = $\frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

**<u>Exercice 6</u>** Dans un sac, on a placé 3 jetons numérotés 3 ; 4 : 5.

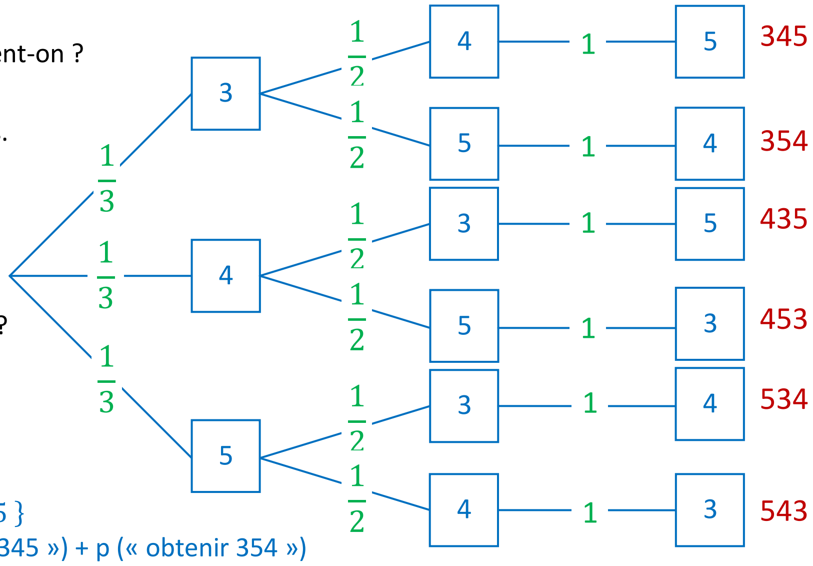
On tire au hasard, successivement et sans les remettre dans le sac tous les jetons du sac.

On écrit le nombre qui a comme chiffre des centaines le 1er nombre tiré, comme chiffre des dizaines le 2ème nombre tiré et comme chiffre des unités le 3ème nombre tiré.

a / Si on tire le 3 puis le 5 et enfin le 4 quel nombre obtient-on ?

On obtient le nombre <u>354</u>.

b / A l'aide d'un arbre, établir tous les résultats possibles.




c / Quelle la probabilité de l'événement « obtenir 453 » ?

p (« obtenir 453 ») = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$

d / Quelle est la probabilité de l'événement :

« obtenir un nombre inférieur à 453 » ?

« obtenir un nombre inférieur à 453 » = { 345 ; 354 ; 435 }

p (« obtenir un nombre inférieur à 453 ») = p (« Obtenir 345 ») + p (« obtenir 354 »)

+ p (« obtenir 435 ») = $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

e / Quelle est la probabilité de l'événement : « obtenir un nombre multiple de 3 » ? Pouvait-on prévoir le résultat ?

Tous les nombres que l'on peut obtenir sont des multiples de 3, donc la probabilité de l'événement : « obtenir un nombre multiple de 3 » est <u>1</u>.

On pouvait prévoir le résultat, car tous les nombres sont formés des chiffres 3, 4 et 5 et que 3 + 4 + 5 = 12.

f / Quelle est la probabilité de l'événement : « obtenir un nombre multiple de 2 » ?

« obtenir un nombre multiple de 2 » = { 354 ; 534 }

p (« obtenir un nombre multiple de 2») = p (« Obtenir 354 ») + p (« obtenir 534 ») = $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

**<u>Exercice 7</u>** À bord d'un bateau de croisière de passage à Tahiti, il y avait 4 000 personnes, dont aucun enfant.

Chaque personne à bord du bateau est : soit un touriste, soit un membre de l'équipage.

Voici le tableau qui donne la composition des personnes à bord de ce bateau.

| | **Hommes** | **Femmes** | **Total** |
|---|---|---|---|
| **Touristes** | 1 400 | 1 700 | 3 100 |
| **Membres de l'équipage** | 440 | 460 | 900 |
| **Total** | 1 840 | 2 160 | 4 000 |

**1.** Compléter le tableau ci-contre.

**2.** On choisit à bord du bateau, une personne, au hasard.

**a.** Peut-on dire qu'il y a plus d'une chance sur deux que ce soit un homme ? Justifier.

Il y a 1 840 hommes parmi 4 000 personnes. Moins de la moitié des personnes sont des hommes, donc <u>il y a moins d'une chance sur deux pour que cette personne soit un homme</u>.

**b.** Quelle est la probabilité que cette personne fasse partie des touristes ?

La probabilité que cette personne fasse partie des touristes est de $\frac{3\,100}{4\,000}$.

**c.** Quelle est la probabilité que cette personne ne soit pas un homme membre de l'équipage ?

La probabilité que cette personne soit un homme membre de l'équipage est de $\frac{440}{4\,000}$.

4 000 – 440 = 3 560, donc la probabilité que cette personne ne soit pas un homme membre de l'équipage est de $\frac{3\,560}{4\,000}$.

## STATISTIQUES

**Exercice 8** Lors d'un contrôle, une classe de $3^{\text{ème}}$ a obtenu les notes suivantes :

8 - 7 - 8 - 4 - 13 - 13 - 13 - 10 - 4 - 17 - 18 - 4 - 13 - 11 - 9 - 15 - 5 - 7 - 11 - 18 - 6 - 9 - 2 - 19 - 12 - 12 - 6 – 15

1. Compléter le tableau suivant en rangeant toutes les notes par ordre croissant.

| **Notes** | 2 | 4 | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **15** | **17** | **18** | **19** | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectifs** | 1 | 3 | **1** | **2** | **2** | **2** | **2** | **1** | **2** | **2** | **4** | **2** | **1** | **2** | **1** | **28** |

2. Quel est l'effectif total de ce groupe ? L'effectif total est 28.

3. Quelle est la moyenne des notes de cette classe ? Arrondir le résultat à 0,1 près.

(2x1 + 4x3 + … + 18x2 + 19x1) ÷ 28 = 289 ÷ 28 ≈ 10,3. La moyenne de cette classe est d'environ 10,3.

4. Donner la médiane de ces notes, puis le $1^{\text{er}}$ et le $3^{\text{ème}}$ quartile.

L'effectif est de 28, donc la médiane sépare la série en deux groupes de 14 notes. La $14^{\text{ème}}$ note est 10, et la $15^{\text{ème}}$ est 11 donc la médiane est 10,5.

28 ÷ 4 = 7 donc le $1^{\text{er}}$ quartile est la $7^{\text{ème}}$ valeur, c'est-à-dire 6. 28 ÷ 4 x 3= 7 x 3 = 21. Le $3^{\text{ème}}$ quartile est la $21^{\text{ème}}$ valeur, 13.

5. On choisit au hasard une copie.

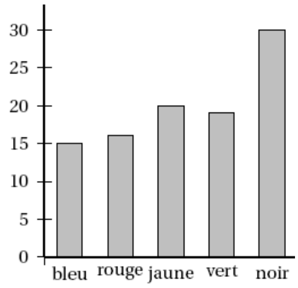
Quelle est la probabilité pour que la note de cette copie soit supérieure ou égale à 10 ?

Il y a 15 notes supérieures ou égales à 10 parmi 28 copies. La probabilité pour que la note de la copie choisie soit supérieure ou égale à 10 est de $\frac{15}{28}$.

**Exercice 9** Un dé cubique a 6 faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

**1.** On jette ce dé cent fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue.

Le schéma donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces cent lancers.




**a.** Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune. Cette fréquence est $\frac{20}{100}$.

**b.** Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire. Cette fréquence est $\frac{30}{100}$.

**2.** On suppose que le dé est équilibré.

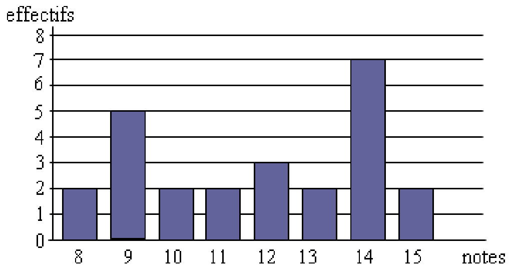
**a.** Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ? La probabilité d'obtenir la couleur jaune est $\frac{1}{6}$

**b.** Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ? La probabilité d'obtenir la couleur noire est de $\frac{2}{6}$ .

**2.** Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1 et les probabilités trouvées à la question 2.

$\frac{20}{100} = 0{,}2$ et $\frac{1}{6} = 0{,}1666...$ $\frac{30}{100} = 0{,}3$ et $\frac{2}{6} = 0{,}33333...$ Cette différence s'explique par le fait qu'une expérience n'est jamais parfaite, donc ces résultats peuvent différer légèrement des résultats théoriques.

**Exercice 10** Le diagramme en barres ci-contre donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de $3^{\text{eme}}$.




1. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?

2 + 5 + 2 + 2 + 3 + 2 + 7 + 2 = 25. Il y a 25 élèves dans cette classe.

2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?

(2x8 + 5x9 + 2x10 + 2x11 + 3x12 + 2x13 + 7x14 + 2x15) ÷ 25 = 293÷ 25 = 11,72

3. Quelle est la note médiane ? La médiane sépare la série en deux groupes de 12, c'est la $13^{\text{ème}}$ note : 12.

4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ? L'étendue est : 15 – 8 = 7.

**Exercice 11** Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le tableau ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années) :

| âge | [0; 10[ | [10; 20[ | [20; 30[ | [30; 40[ | [40; 50[ | [50; 60[ | [60; 70[ | [70; 80[ | [80; 90[ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| centre de classe | 5 | **15** | **25** | **35** | **45** | **55** | **65** | **75** | **85** |
| effectifs | 27 | 45 | 48 | 39 | 42 | 36 | 33 | 24 | 6 |

1. Compléter le tableau ci-dessus en indiquant le centre de chaque classe d'âge.
2. Calculer l'âge moyen des skieurs fréquentant cette station. (5x27 + 15 x 45 + … + 85x6) ÷ 300 = 11 700 ÷ 300 = 39.
3. Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?

Il y a 72 skieurs de moins de 20 ans parmi 300 skieurs. $\frac{72}{300} = \frac{3\times24}{3\times100}$ 24% des skieurs ont moins de 20 ans.