Exercice 1

1) Le nombre « 2 » est-il solution de l'équation « $2a^2$ - $3a$ - 5 = 1 » ? Justifier.

Si a = 2, $\quad 2a^2 - 3a - 5 = 2 \text{ x } 2^2 - 3 \text{ x } 2 - 5$

$= 2 \text{ x } 4 - 6 - 5$

$= 8 - 6 - 5$

$= 2 - 5$

$= -3$

Si a = 2, $2a^2 - 3a - 5 \neq -1$ donc 2 n'est pas une solution de l'équation « $2a^2$ - $3a$ - 5 = 1 ».

2) Trois points A, B et C d'une droite graduée ont respectivement pour abscisse : $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{12}$.

Ces trois points sont-ils régulièrement espacés sur la droite graduée ? Justifier.

$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$ $\qquad$ $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$ $\qquad$ $\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ et $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Sur une droite graduée, A, B et C sont placés dans cet ordre, et l'écart entre A et B est le même qu'entre B et C $\left(\frac{1}{12}\right)$.

Les trois points sont donc régulièrement espacés.

Exercice 2

On a posé à des élèves de 3ème la question suivante :

« Est-il vrai que, pour n'importe quelle valeur du nombre x, on a : $5x^2 - 10x + 2 = 7x - 4$? »

► Myriam a répondu : « Oui, c'est vrai. En effet, si on remplace x par 3, on a : $5 \text{ x } 3^2 - 10 \text{ x } 3 + 2 = 17$ et $7 \text{ x } 3 - 4 = 17$».

► Léa a répondu : « Non, ce n'est pas vrai. En effet, si on remplace x par 0, on a : $5 \text{ x } 0^2 - 10 \text{ x } 0 + 2 = 2$ et $7 \text{ x } 0 - 4 = -4$»

Une de ces deux élèves a donné un argument qui permet de répondre de façon correcte à la question posée dans l'exercice. Indiquer laquelle en expliquant pourquoi.

L'argument de Myriam ne permet pas de conclure : en effet, elle a testé l'égalité pour un nombre un seul nombre. Rien ne permet de savoir si elle sera vraie pour un autre nombre.

L'argument de Léa est correct : elle a trouvé un contre-exemple. L'égalité n'est pas vraie pour x = 0, donc l'égalité n'est pas vraie pour n'importe quelle valeur de x.

Exercice 3

1) Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

Calculer le volume, en cm^3, de ce pavé droit. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?

40 x 20 x 30 = 24 000 cm^3. $\qquad$ Le pavé droit a un volume de 24 000 cm^3.

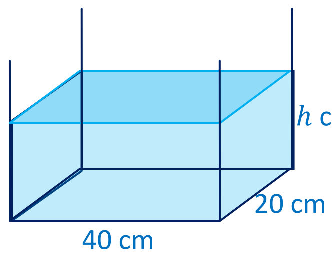
24 000 cm^3 = 24 dm^3 = 24 L. $\qquad$ L'aquarium peut contenir 24 L.

2) Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm3, d'une boule de diamètre 30 cm :

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 30^3 \qquad 4\pi \times 15^2 \qquad \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$$

$\frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$ (le diamètre vaut 30 cm, donc le rayon vaut 15 cm).

3) Un second aquarium contient un volume d'eau égal au trois quart du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium. A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner une valeur approchée au mm.

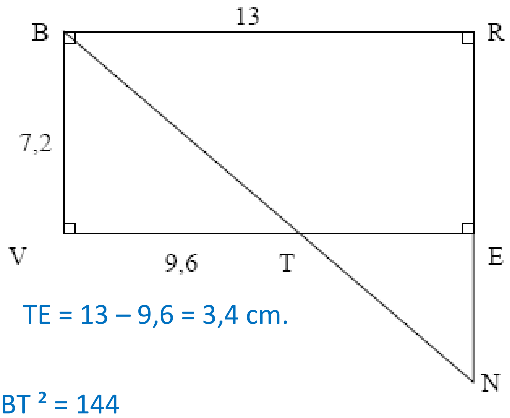


Volume d'eau du 2nd aquarium : $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3 = \pi \times 15^3 = 3\,375\,\pi$

On note h la hauteur d'eau, en cm, dans le 1er aquarium. Le volume d'eau est : 40 x 20 x h = 800 h.

On a donc $\quad 3\,375\,\pi = 800\,h$ $\qquad h = 3\,375\,\pi \div 800 \approx 13{,}3$ cm. $\qquad$ L'eau monte à environ 13,3 cm.

Exercice 4



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur,
le quadrilatère BREV est un rectangle avec BR = 13 cm et BV = 7,2 cm.
Le point T est sur le segment [VE] tel que VT = 9,6 cm.
N est le point d'intersection des droites (BT) et (RE).

1. Démontrer que la longueur TE est égale à 3,4 cm.

2. Calculer la longueur BT. **3.** Calculer la longueur EN.

1. T ∈ [VE] donc TE = VE – VT. BREV est un rectangle donc VE = BR = 13 cm. TE = 13 – 9,6 = 3,4 cm.

2. Dans le triangle BTV rectangle en V, on sait que BV = 7,2 cm et VT = 9,6 cm.
D'après le théorème de Pythagore, $BT^2 = BV^2 + VT^2$

$BT^2 = 7{,}2^2 + 9{,}6^2$

$BT^2 = 51{,}84 + 92{,}16$

$BT^2 = 144$

$BT = \sqrt{144}$

BT = 12 cm.

3. Les droites (BV) et (EN) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (VE).
BVT et TEN sont donc deux triangles tels que : N ∈ [BT] ; E ∈ [VT] et (BV) // (EN).

D'après le théorème de Thalès, $\dfrac{TB}{TN} = \dfrac{TV}{TE} = \dfrac{BV}{EN}$ $\dfrac{12}{TN} = \dfrac{9{,}6}{3{,}4} = \dfrac{7{,}2}{EN}$.   EN = 3,4 x 7,2 ÷ 9,6 = 2,55 cm.

Exercice 5

ABC est un triangle tel que : AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.

1. Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

2. Le mathématicien Héron d'Alexandrie (1er siècle), a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle: en notant a, b et c les longueurs des trois côtés et p son périmètre, l'aire $\mathcal{A}$ du triangle est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2} - a\right)\left(\frac{p}{2} - b\right)\left(\frac{p}{2} - c\right)}$$

Calculer à l'aide de cette formule l'aire du triangle ABC.
Donner le résultat arrondi au cm² près.

1. *Figure : on trace AB. Au compas, on trace un arc de cercle de centre A et de rayon 14 cm ; puis un arc de cercle de centre B et de rayon 8 cm. On place C à une des intersections de ces deux arcs de cercle.*

Dans le triangle ABC, on sait que AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm. Le plus long côté est [AB].
$AB^2 = 16^2 = 256$ $AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$.
$AC^2 + BC^2 \neq AB^2$ donc d'après la **contraposée** du théorème de Pythagore, ABC n'est pas un triangle rectangle.

2. Pour le triangle ABC, a = 16, b = 14, c = 8 et p = 16 + 14 + 8 = 38 cm.

$$\mathcal{A} = \sqrt{\frac{38}{2}\left(\frac{38}{2} - 16\right)\left(\frac{38}{2} - 14\right)\left(\frac{38}{2} - 8\right)}$$

$$\mathcal{A} = \sqrt{19\,(19 - 16)(19 - 14)(19 - 8)}$$

$$\mathcal{A} = \sqrt{19 \times 3 \times 5 \times 11}$$

$$\mathcal{A} = \sqrt{3\,135}$$

$$\mathcal{A} \approx 56 \text{ cm}^2.$$

Exercice 6

Deux établissements scolaires ont financé des déplacements en car pour se rendre dans un musée, où une grande exposition de peinture se tient durant plusieurs mois.

1) L'établissement du premier groupe est situé à 250 km du musée. Le car a quitté le collège à 7 h 25 et roule à la vitesse moyenne de 100 km/h. Calculer l'heure d'arrivée au musée de ce premier groupe.

Durée en h	1	1 x 250 ÷ 100 = 2,5
Distance en km	100	250

Le trajet a duré 2,5h, soit 2h 30min. Le premier groupe arrivera à 9h 55min.

2) Le second groupe a quitté son établissement à 8 h 00 pour arriver à 9 h 30. Il a parcouru 120 km pour se rendre au musée. Calculer la vitesse moyenne, en km/h, du car transportant ce second groupe.

Durée en h	1,5	1
Distance en km	120	1 x 120 ÷ 1,5 = 80

Le car transportant le 2ème groupe a roulé à la vitesse moyenne de 80 km/h.

Exercice 7

Armelle souhaite travailler quelques heures par mois dans un musée, afin de gagner un peu d'argent.
A la suite d'un entretien, deux possibilités d'indemnisation lui sont proposées :

• Somme d'argent S_1 : 8 euros par heure.
• Somme d'argent S_2 : versement de 90 euros en début de mois, puis 5 euros par heure.

Ne sachant pas quelle forme d'indemnisation privilégier, elle décide d'étudier ces deux propositions.

1) Compléter le tableau :

		Nombres d'heures effectuées par mois		
		20 heures	25 heures	x heures
Somme d'argent perçue par mois (en €)	S1	8 x 20 = 160	8 x 25 = 200	8 x x = 8x
	S2	90 + 5 x 20 = 190	90 + 5 x 25 = 215	90 + 5 x x = 5x + 90

2) Soit x le nombre d'heures effectuées par Armelle pendant un mois dans ce musée.
Exprimer en fonction de x les sommes d'argent $S_1(x)$ et $S_2(x)$, versées à Armelle selon les deux formes d'indemnisation proposées. $S_1(x) = 8x$ et $S_2(x) = 5x + 90$

3) Résoudre l'équation $8x = 5x + 90$. A quoi correspond la solution de cette équation ?

$8x = 5x + 90$

équivaut à $8x - 5x = 5x + 90 - 5x$

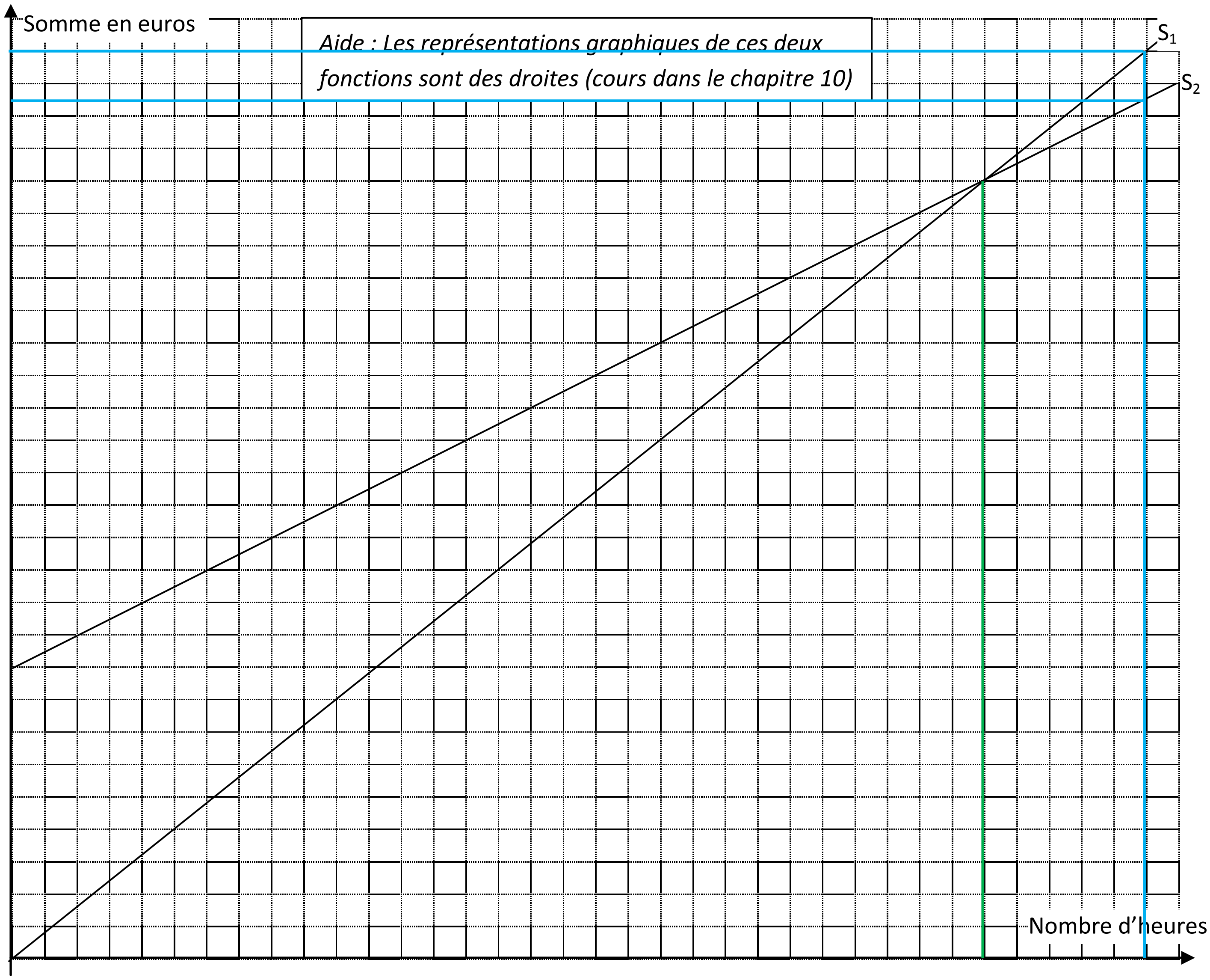
équivaut à $3x = 90$

équivaut à $x = 30$.

Si Armelle travaille 30 heures, elle gagne la même somme avec les deux types d'indemnisation.

4) Sur le repère, représenter graphiquement les deux fonctions suivantes $S_1 : x \mapsto 8x$ et $S_2 : x \longmapsto 5x + 90$.

Unités 1 carreau pour 1h ; 1 carreau pour 10 €.



5) **a.** Marquer en vert les traits qui permettent de déterminer graphiquement le résultat de la question **3.**
b. Marquer en bleu les traits qui permettent de déterminer graphiquement l'indemnisation la plus avantageuse pour Armelle si elle souhaite effectuer 35 heures par mois. Indiquer alors la somme d'argent perçue.

Si Armelle effectue 35 heures par mois, la première indemnisation est la plus avantageuse. Elle gagne alors 280 €.

6) En s'aidant du graphique, indiquer à Armelle l'indemnisation la plus avantageuse en fonction du nombre d'heures effectuées par mois dans ce musée.

Si Armelle travaille moins de 30 h par mois, l'indemnisation S_2 est la plus avantageuse.
A partir de 30h de travail par mois, c'est l'indemnisation S_1 qui est la plus avantageuse pour Armelle.